



TÉCNICA DIGITAL (86.01)

Guía de Ejercicios Nº 2:

“ÁLGEBRA DE BOOLE Y FUNCIONES LÓGICAS”

OBJETIVOS:

Analizar el concepto de sistema digital y su forma de estudio. Estudiar la base matemática que permita la descripción, el análisis y la síntesis de un sistema digital. Desarrollar los conceptos de funciones lógicas como herramientas de descripción del comportamiento de los circuitos elementales (compuertas) utilizados como bloques unitarios constructivos de otros más complejos. Introducir los conceptos de equivalencia y funciones mínimas bajo la óptica de la optimización de un circuito lógico que posibilite obtener la performance adecuada en velocidad, complejidad, costo y consumo de energía.

A.- ÁLGEBRA DE BOOLE

1. Indicar los requerimientos para definir un Álgebra. Determinar las características de un Álgebra de Boole. Analizar los postulados de Huntington, su consistencia e independencia.

2. Estudiar la importancia del Álgebra de Boole como base matemática fundamental para describir, analizar y sintetizar sistemas lógicos.

3. Indicar qué es el Principio de Dualidad, y en base al mismo definir cuál es la expresión dual de:

$$A + 1 = 1$$

$$A = A + AB$$

Verificar la dualidad de las Leyes de De Morgan (una respecto de la otra)

4. ¿Es verdad la siguiente igualdad?: $A + \overline{AB} = A + B$

5. ¿Es verdad la siguiente igualdad?: $\overline{AA} = A$

6. Si una función está representada por suma de productos o productos de sumas; ¿Qué requisitos debe cumplir para poder llamarse forma canónica? Definir los conceptos de minitérmino y maxitérmino. Especifique según el tipo de expresión.

7. Definir:

- Variable independiente y dependiente. Dar ejemplos.
- Función en general.
- Función lógica. Analizar su empleo.
- Bloque Funcional, diagrama en Bloques de un Sistema.
- Implementación, diseño, análisis, simulación.

B.- RELACIONES ENTRE EL ÁLGEBRA DE BOOLE, EL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL, LA TEORÍA DE CONJUNTOS Y LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

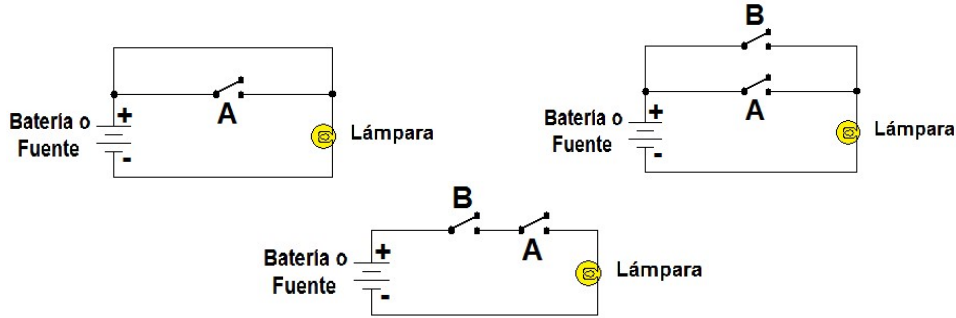
8. Analizar las razones por las cuales puede decirse que el Álgebra Proposicional es un Álgebra de Boole. Ver la equivalencia de operaciones.

9. Analizar la teoría de conjuntos como Álgebra de Boole.

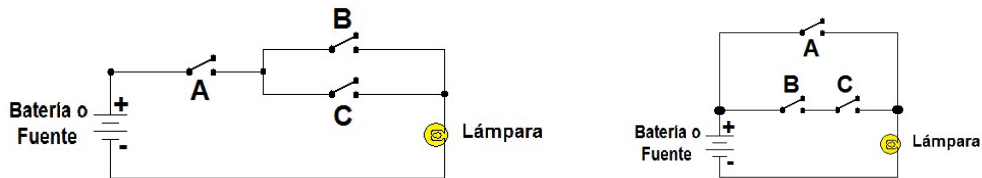
10. Ídem para la lógica de circuitos de relés.



11. Obtener la tabla de verdad y las funciones lógicas de los siguientes circuitos:



12. Obtener la tabla de verdad y las funciones lógicas de los siguientes circuitos:



13. Realizar una tabla de verdad e implementar el circuito eléctrico que resuelva la siguiente descripción:
 “Un indicador luminoso es controlado por cuatro llaves F, G, L y P. El indicador se encenderá si F y G están cerradas y también cuando F y L están cerradas. El indicador no debe encenderse si P está cerrada”

14. Dada la siguiente proposición compuesta, establecer su tabla de verdad y definir las condiciones mínimas requeridas para que la misma sea verdadera:
 “El sistema de control habilita la entrada de materia prima si la temperatura del horno es mayor que 300 °C y la presión es inferior a 10 atmósferas, o si se llega a la mínima concentración de sales con una temperatura mayor que 300 °C, o si, siendo la presión mayor o igual que 10 atmósferas, no hay la suficiente concentración de sales”

C.- FUNCIONES LÓGICAS

- 15. Analizar cuántas y cuáles son las operaciones lógicas de dos variables A y B del Álgebra de Boole.
- 16. Ídem para n variables.
- 17. Describir los modelos (tablas de verdad) de las funciones elementales que definen las operaciones requeridas en el Álgebra de Boole.
- 18. Ídem anterior para las operaciones NAND, NOR y OR-EXCLUSIVA.
- 19. Definir los conceptos de: minitérmino, maxitérmino, función mínima, formas normales o canónicas y funciones equivalentes.
- 20. Escriba las siguientes expresiones en forma de sumatoria de minitérminos:

$$f1(A,B,C) = A + B + C$$

$$f2(A,B,C,D) = \overline{AB + BCD} + \overline{ACD}$$

$$f3(A,B,C,D) = \overline{A(B + CD)} + \overline{ABC}$$



21. Dadas las funciones f_1 , f_2 y f_3 del ejercicio 20, expresadas como suma de minitérminos, se pide:
 a) Convertirlas a producto de sumas
 b) Hallar el complemento como producto de sumas

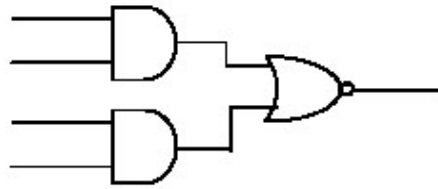
22. Para la siguiente función:

$$f(A,B,C,D) = (A + \bar{B})(C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{C})$$

Se pide:

- a) Escriba su Tabla de verdad
 b) Expresar la función como suma de minitérminos

23. Demuestre que el siguiente circuito And-Or-Invert puede utilizarse como una compuerta NAND y también como una compuerta NOR.



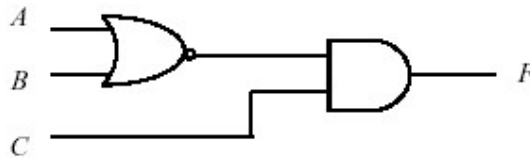
24. Verifique la siguiente igualdad utilizando tablas de verdad: $\overline{A + B} = \bar{A} \bar{B}$

25. Verifique la siguiente igualdad utilizando teoremas del álgebra de Boole:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + BC = (\bar{A} + B) \cdot (\bar{B} + C)$$

26. Dibuje diagramas lógicos para cada miembro del conjunto (AND, OR y NOT) usando solamente compuertas NOR.

27. Escriba una ecuación Booleana que describa a la función F en el circuito que se muestra. Expresar su respuesta como sumatoria de minitérminos.



28. Determine las tablas de verdad de los siguientes circuitos lógicos y escriba sus funciones de salida. La figura siguiente muestra una compuerta OR implementada con una compuerta NAND e inversores y además muestra inversores implementados con compuertas NAND. Muestre el diagrama lógico para una compuerta AND implementada enteramente con compuertas NAND.

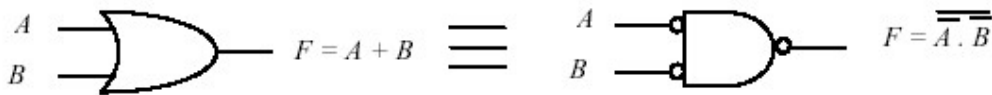
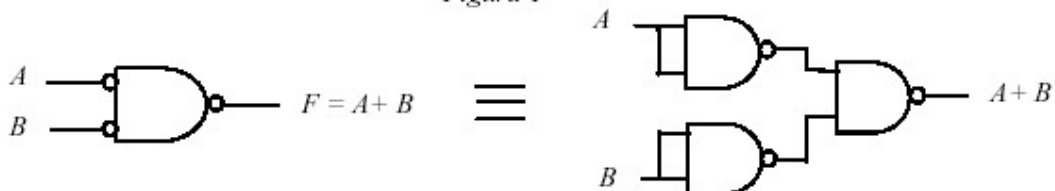


Figura 1

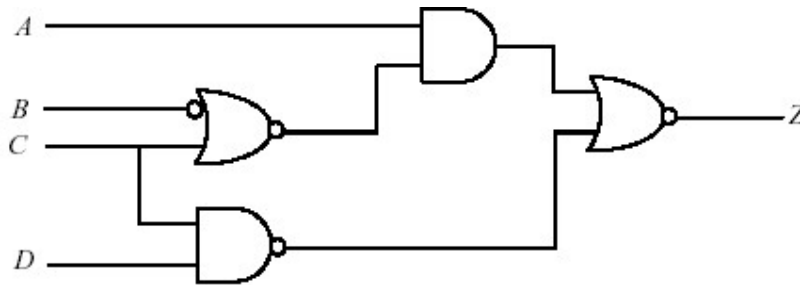




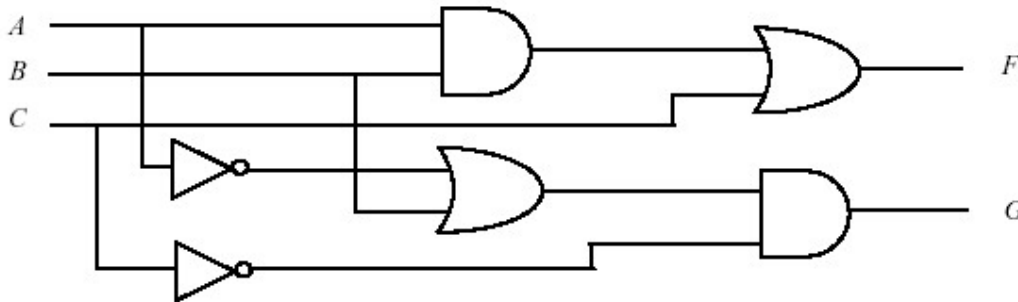
29. Se tienen 8 variables lógicas: A0, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7. En un instante, alguna de ellas está en '1' lógico y otras en '0' lógico. Se necesita un circuito que permita determinar si el número de variables lógicas en "1" es par o impar.

Explique cómo las compuertas OR-EXCLUSIVA pueden emplearse para este propósito. Generalice para el caso de "N" variables.

30. Para el circuito de la figura, escriba su función f(A,B,C,D) y luego halle la expresión mínima de la función aplicando postulados y teoremas del álgebra de Boole. Compruebe lo anteriormente realizado utilizando mapas de Karnaugh.



31. Dado el circuito lógico que se muestra a continuación, construya una tabla de verdad que describa su comportamiento.



32. Construya una tabla de verdad para una compuerta OR EXCLUSIVA de tres entradas.

33. Compute la cuenta de entradas de compuerta del circuito de la figura del problema 31.

34. Diseñe un circuito que implemente la función f que se muestra usando compuertas AND, OR y NOT

$$f(A, B, C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC\overline{C}$$

35. Diseñe un circuito que implemente la función g que se muestra usando compuertas AND, OR y NOT. No intente cambiar la forma de la ecuación.

$$g(A, B, C, D, E) = A(BC + \overline{B}\overline{C}) + B(CD + E)$$

36. ¿Son las funciones f y g que se muestran equivalentes? Muestre de que manera llega a su respuesta:

$$f(A, B, C) = ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

$$g(A, B, C) = (A \oplus C)B$$

37. Suponga que usted necesita implementar una compuerta AND de N entradas usando solamente compuertas AND de tres entradas. Cuál es el mínimo número de retardos de compuerta requerido para implementar la AND de N entradas. Una compuerta AND tiene un retardo de 1 tpd, dos AND en cascada 2 tpd, etc.



38. Definir Implicante, Implicante Primo, Implicante Primo Esencial y “Redundancia” (don’t care).

39. Definir y explicar a qué se denomina Riesgo, Riesgo Estático y Riesgo Dinámico en funciones lógicas. Indique cómo es posible eliminarlos.

40. Usando mapas de Karnaugh:

$$f1(A, B, C) = \sum m(0,2,3)$$

$$f2(A, B, C) = \sum m(0,1,2,3)$$

$$f3(A, B, C, D) = \sum m(0,1,4,5,12,10,11)$$

$$f4(A, B, C, D, E) = \sum m(0,1,2,3,12,13,14,15,16,17,18,19)$$

- Simplifique las funciones lógicas dadas y dibuje el circuito resultante con una estructura de dos niveles. Se dispone de las variables en su forma directa y complementada, y también de compuertas AND, NAND, OR y NOR.
- Luego indique si existe algún Riesgo en cada función mínima. De ser así, elimínelo y justifique.
- Compare las funciones mínimas obtenidas con y sin riesgos. ¿Qué se puede observar?

41. Utilizando mapas de Karnaugh:

$$f1(A, B, C, D) = \sum m(0,1,4,5,9,11,14,15) + d(10,13)$$

$$f2(A, B, C, D) = \sum m(0,6,9,10,13) + d(1,3,8)$$

- Simplifique las funciones incompletamente especificadas dadas. Implementar suponiendo que se dispone de las variables y sus complementos, y también de compuertas AND, NAND, OR y NOR.
- ¿Existe algún Riesgo en cada función mínima? De ser así, elimine el mismo y justifique.
- Compare las funciones mínimas obtenidas con y sin riesgos. ¿Qué se puede observar?

42. Resuelva los problemas 40 (parte a) y 41 (parte a) utilizando el método algorítmico de Quine MC Cluskey.

43. Se tienen diez teclas numeradas 0000 a 1001 (Código BCD natural), y se requiere un circuito lógico mínimo cuya salida verifique según la tecla que se oprima, si la misma presenta o no un número impar de unos.

44. En un cierto proceso en el que intervienen las sustancias A, B y C un operario debe transportarlas desde una mesada hacia el horno, de a una por vez, siguiendo una serie de pasos que conoce. Ahora bien, cuando las sustancias A y C o B y C se encuentran juntas, ya sea en el horno o en la mesada, deben ser agitadas continuamente. Suponiendo que cuando el operario está presente agita dichas sustancias, y que existe la forma de determinar la presencia de las tres sustancias, se necesita realizar un circuito que avise al operario si por error o distracción dejó solos y sin agitar, en la mesada o en el horno alguno de los dos pares de sustancias mencionados.

45. La salida de un circuito debe repetir la información de tres sensores fotoeléctricos iguales a los del tipo SI-NO, que brindan la misma información, pero que por su seguridad, se usan en grupo de tres de modo que si alguno de ellos se deteriora, la salida mencionada sigue la indicación de los dos restantes. Construir un circuito que cumpla con estos requisitos y con tres salidas que identifiquen el sensor que difiere de los restantes, en el caso de que ello ocurra.